

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию Коротких Андрея Сергеевича «Динамика концентраций, определяемая нелинейным уравнением «реакция-диффузия» и его обобщениями», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертационное исследование А.С. Коротких направлено на создание и развитие методологической базы исследования посткритических состояний сложных систем, моделируемых многопараметрическими вариационными уравнениями. Создание такой базы потребовало привлечения новых численных методов и методов исследования гладких функционалов на банаховых пространствах. В центре диссертационных разработок находится вариационная версия метода Ляпунова-Шмилта, предложенная в 1978 г. М.А. Красносельским, Н.А. Бобылевым и Э.М. Мухамадиевым, модифицированная впоследствии Ю.И. Сапроновым и его учениками. Созданная А.С. Коротких схема исследования расширила возможности в решении нелинейных вариационных краевых задач, позволяя эффективно вычислять полиномиальное приближение к функции, являющейся конечномерным усечением функционала энергии вариационной задачи (ключевой функции — в терминологии Ю.И. Сапронова).

Практическая значимость результатов диссертации заключена в возможности их применения к задачам гидродинамической теории устойчивости, теории электрических колебаний, сейсморазведки, идентификации композитных материалов, обработки изображений (иконики) и другим задачам, приводящим к нахождению собственных функций возмущенных операторов и ветвей бифурцирующих решений многопараметрических нелинейных краевых задач. На основе результатов диссертации создан и зарегистрирован пакет программ, позволяющий вычислять и анализировать ветви посткритических решений вариационных задач, а также вычислять трассы спуска из произвольных начальных точек общего положения в малые окрестности точек минимума функционала энергии.

Основной задачей диссертации является описание посткритической перестройки экстремалей в условиях вырождения по нескольким (более одной) модам с дальнейшим «аналитическим описанием» посткритических ветвей решений, включая описание перестройки линий уровня решений начально-краевой задачи для уравнения «реакция-диффузия» и некоторых его обобщений. Результаты, изложенные в диссертации, апробированы на нескольких международных и всероссийских научных конференциях. Материал диссертации опубликован в 12 научных работах, из них 5 — в ведущих российских журналах и изданиях, рекомендованных ВАК.

В диссертации использованы современные прямые методы вариационного исчис-

ления (Теория Морса, конечномерные редукции Пуанкаре, Ляпунова, Шмидта и пр.), методы теории особенностей гладких функций (нормальные формы функций и их версальные деформации), теории бифуркаций решений нелинейных краевых задач и численные методы (метод Галёркина-Ритца, метод наискорейшего спуска, формула Тейлора).

Работа в целом имеет как теоретическое значение (результаты диссертации могут быть использованы в нелинейном функциональном анализе и теории нелинейных дифференциальных уравнений математической физики), так и практическое: возможны приложения к описанию многомодовой динамики концентраций, критических прогибов упругих балок и пластин, к описанию зарождений нелинейных волновых процессов и пр.

Одной из конкретных целей диссертационной работы А.С. Коротких является создание эффективной инструментальной основы для изучения многомодовых бифуркаций концентрационных конфигураций вещества при условии постоянства общего количества «растворенного» вещества. Задача вполне актуальна и заслуживает большого внимания. В работах А.С. Коротких исследован процесс формирования ключевой функции (при многомодовом вырождении функционала энергии) и достаточно детально проанализированы случаи n -модовых вырождений, $n = 2, 3$: вычислены собственные функции (моды перестроек) и отвечающие им собственные значения, а также приведены примеры вычисленных перестроек линий уровней функций концентрации (описываемых уравнением «реакция-диффузия» и его обобщениями). Ясно, что любое новое продвижение в решении подобных вопросов всегда актуально и представляет интерес для специалистов по нелинейным уравнениям.

В диссертации кратко изложена (в *первой главе*) схема анализа гладких фредгольмовых функционалов и представлена алгоритмическая основа исследования рассматриваемых вариационных задач. Изучены бифуркации концентраций в одномерной среде. Во *второй главе* сформулированы теоремы о локальных нормальных формах главной части ключевой функции и о результатах бифуркационного анализа концентраций в 2-мерной среде, рассмотрен случай 2-мерного вырождения.

В *третьей и четвертой главах* осуществлено приближенное вычисление ветвей решений уравнения «реакция-диффузия» и его обобщений, рассмотрен случай m -мерного вырождения, $m = 2, 3$, приведены также сведения о разработанных диссертантом вычислительных программах. Приведены графические изображения метаморфоз линий уровня функции концентрации.

К **недостаткам диссертации** можно отнести: 1) отсутствие в автореферате (а также в вступительной части диссертации) условия коэрцитивности функционала, гарантирующего возможность нелокальной конечномерной редукции; 2) в определении 4 приведено условие существования и единственности порождающей критической точки, но не указано, в какой окрестности оно выполнено; 3) при описании редуци-

рующего перехода использован один и тот же символ n для обозначения количества галеркинских координат и ключевых переменных, что затрудняет чтение диссертации; 4) в формулировке теоремы 6 имеются две ссылки на формулы с непоставленными номерами; 5) На стр. 66 приведено без доказательства соотношение $\iint_{\Omega} (\xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + \xi_3 e_3)^3 dx_1 dx_2 = 0$, используемое в диссертации. В тексте диссертации имеются также опечатки и погрешности оформления, в целом не выводящие диссертацию за пределы допустимого. Перечисленные недостатки не приводят к недоразумениям и не снижают высокой в целом оценки научного уровня диссертации.

Таким образом, диссертация А.С. Коротких содержит решение актуальной задачи, представляющей несомненный научный интерес и дающая новый импульс дальнейшего развития многомодового бифуркационного анализа многопараметрических вариационных задач. Результаты диссертации могут быть использованы в анализе постбифуркационных структурных перестроек сложных систем. Все основные результаты четко сформулированы и полностью обоснованы. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Все основные результаты своевременно опубликованы.

Диссертация в целом представляет собой законченное математическое исследование по актуальной теме математического анализа. В ней изложен научный результат, дающий решение важной и сложной задачи. Все вынесенные на защиту положения правильно и полностью отражают научное содержание диссертации.

Считаю, что диссертация «Динамика концентраций, определяемая нелинейным уравнением «реакция-диффузия» и его обобщениями» удовлетворяет требованиям ВАК Российской Федерации (п. 9. Положения о кандидатских и докторских диссертациях), предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, А.С. Коротких, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доктор физико-математических наук, профессор,
Магнитогорский государственный технический
университет им. Г. И. Носова,
институт естествознания и стандартизации,
заведующий кафедрой прикладной математики
и информатики, профессор
Кадченко Сергей Иванович.
E-mail: sikadchenko@mail.ru

